15 Tétel

Permutáció, inverziószám, determináns

Permutáció és inverziószám. Bástyaelhelyezés és permutáció kapcsolata, inverzióban álló bástyapárok. Determináns, kifejtési tag, felső háromszögmátrix determinánsa.

**Def:** Az f : A → B függvény bijekció, ha minden B-beli elem pontosan egy A-beli képeként áll elő.

**Def permutáció:** A σ : {1, 2, . . . , n} → {1, 2, . . . , n} bijekciót n elem permutációjának nevezzük. Az ilyen permutációk halmaza Sn.

**Def inverzió:** A σ ∈ Sn permutációban az {i, j} pár inverzióban áll, ha i és j nagyságviszonya fordított σ(i) és σ(j) nagyságviszonyához képest. A σ ∈ Sn permutáció I(σ)-val jelölt inverziószáma a σ szerint inverzióban álló párok száma

**Bástya elhelyezés**

Az (e1 , . . . , en ) tetsz. sorrendjéhez tekintsük azt az n × n méretű mátrixot, aminek az oszlopai az egységvektorok a megadott sorrendben. Ekkor a mátrixbeli 1-esek bástyaelhelyezést alkotnak: minden sorban és minden oszlopban pontosan egy db 1-es áll.

Inverzióban van az (i,j) pár, ha ei és ej közül a bal oldaliban az 1-es lejjebb van.

Az (e1 , . . . , en ) egy sorrendjéhez tartozó σ permutáció inverziószáma megegyezik megfelelő bástyaelhelyezésben ÉK-DNy pozícióban álló bástyapárok számaval.

**Def determináns:** Az A ∈ R n×n P négyzetes mátrix determinánsa det A = |A| = σ∈Sn (−1)I(σ) Qn i=1 aσ(i),i, ahol ai,j az A mátrix i-edik sorának j-edik eleme.

**Kifejtési tag:** van a következő matrix:

a b c definíció szerinti kifejtési tagja: aei-ahf-bdi+bfg+cdh-ceg

d e f

g h i

**Def főátló:** Az A négyzetes mátrix főátlója az A mindazon elemei, amelyek sor- és oszlopindexe megegyezik.

**Def felsőháromszög mátrix**: Ha A főátlója alatt csak 0-k állnak, akkor A felső háromszögmátrix.

(1) Minden LA négyzetes mátrix felső háromszögmátrix.

(2) F.háromszögmátrix determinánsa a főátlóbeli elemei szorzata.